

Talens jättar och dvärgar.

Kapitlets syfte

Jag vill förmedla en känsla för det väldigt stora (och lilla). Allt för många tycks inte ha klart för sig skillnaden mellan obegripligt stort och oändligt stort, vilket är ett handikapp, när man rör sig i denna matematiska region.

Naturliga tal

De naturliga talen är 1, 2, 3, och så vidare. De är exakta, positiva heltal som ofta anlitas vid räkning av saker. Deras värde ökar alltid med 1 till nästföljande värde.

Googol

$$\begin{aligned}\text{Talet googol} &= 10^{100} \\ &= 10000\ 000000\ 000000\ 000000\ 000000\ 000000\ 000000\ 000000\ 000000\ 000000 \\ &\quad 000000\ 000000\ 000000\ 000000\ 000000\ 000000\ 000000\ 000000.\end{aligned}$$

Googol är väldigt stort – en etta följd av 100 nollor.

Exempel:

Ett ljusår är den sträcka en ljusstråle tillryggalägger på ett år. Från jorden till månen far ljuset på ungefär en och en halv sekund.

Antag att vi har en kub med sidan 20 miljarder (20000 000000) ljusår. Den volymen är av ungefär samma storleksordning som vårt kända universum. Antag vidare, att vi har en liten kub med sidlängden en tiotusendels millimeter. Det betyder, att det får plats 10000 sådana kuber i rad på en enda millimeter. Om vi tätpackar hela universumkuben med de där små kuberna, krävs det googol stycken.

Det väsentliga är, att talet är ett naturligt tal, precis som 5 och 182.

Googolplex

Talet googolplex = 10^{googol} , alltså en etta följd av googol nollor (jämför med exemplet ovan). Återigen ett naturligt tal.

Ännu större tal

Utgå från uppställningen a^a , där a är ett naturligt tal. Skapa en växande följd av tal enligt mallen a , $a^a = b$, $b^b = c$, $c^c = d$, ... Första talet är a , andra är b , tredje är c och så vidare. Sätt a till ett heltal större än 1 och följ denna kedja till tal nummer googolplex. Detta tal är, trots sin storlek, fortfarande ett naturligt tal.

Exempel:

$a = 2$, $2^2 = 4$, $4^4 = 256$, $256^{256} =$ Redan det fjärde talet är förkrossande mycket större än googol.

Jag ska göra pinan kort och genast presentera mitt mastodonttal.

Sätt $a =$ googolplex. Det ger, att tal nummer 2 är $\text{googolplex}^{\text{googolplex}}$. Talet jag är ute efter är tal *nummer* googolplex, som jag tillfälligt ger beteckningen AA. Detta naturliga tal är så stort, att vi omöjligen kan föreställa oss det.

Det är med den använda mallen enkelt att peka ut ändlöst stora naturliga tal. Inget av dem är emellertid *oändligt* stort, eftersom ett oändligt tal per definition inte är ett exakt tal utan en lummig storlekstyp. Jag återkommer till detta i senare kapitel.

Ett litet tal

Ett superlitet tal som är lätt att beskriva är det rationella decimaltalet $1/AA$ (samma AA som ovan). Då talet AA inte är oändligt stort, är inte heller det lilla talet oändligt litet, vilket kan kännas störande för en del.



Tänk, att kunna beskriva det otänkbara!
Vilken vetenskaplig bragd!