Korta artiklar

Det här avsnittet innehåller korta artiklar och fylls på med fler i den mån de färdigställs.

Innehåll

Tallinjen

Här förklaras tallinjens konstruktion. Den är inte, som vi fick lära oss i skolan. Om vi utgår från, att varje reellt tal representeras av ett exakt värde som motsvaras av en punkt på tallinjen, får vi problem. En punkt har en utbredning som är exakt 0. 2 punkter utan tomrum mellan sig är inte bredare än 1 punkt (0 + 0 = 0). Det är inte punkter som bygger den kontinuerliga tallinjen. Som tur är, var förutsättningen fel. Det är enbart de rationella talen som har exakta, unika, värden utpekbara som punkter. Detta gäller inte de irrationella talen. Det är enbart de som skapar den endimensionella tallinjen.

Ett irrationellt tal är ett heltal följt av oändligt många decimaler. Det finns ingen sista decimal. Decimalföljden kan aldrig växla över till att bli en cyklisk upprepning av en fix siffersekvens, för då är talet rationellt och därmed också en punkt på linjen.

Värdet hos ett irrationellt tal är till belopp monotont och allt långsammare växande från ett givet heltal genom addition av decimal efter decimal i all oändlighet och har ett ouppnåeligt gränsvärde. Eftersom detta inte kan uppnås, går det att konstruera oändligt många olika tal, som alla har just det gränsvärdet.

Tag talen π, p1 och p2 som exempel. Följ π:s decimaler och ge parallellt p1 och p2 samma decimaler utom den sista, där p1 och p2 får olika värden, båda skilda från π-värdet:

π :	3,141	3,14159	3,14159265358979323846**2**
p1:	3,14***4***	3,1415***6***	3,14159265358979323846***3***
p2:	3,14***5***	3,1415***2***	3,14159265358979323846***8***

Den lilla avvikande svansen flyttas hela tiden längre bort och representerar då ett allt mindre värde. 1 svanssiffra betyder upp till 10 möjliga olika tal inklusive π med gemensamt gränsvärde. n stycken svanssiffror ger 10^n olika tal. Med ökande antal decimaler, kan vi också öka n-värdet. Talet googol = 10^{100} och talet googolplex = 10^{googol}. De ger, att bortom googolplex stycken decimaler, kan vi börja använda en svans som tillåter 10^{100} olika tal att ha gemensamt gränsvärde. Vi kan efterhand generera en bunt av oändligt många unika tal som alla har π-egenskapen, det vill säga ett bestämt ouppnåeligt gränsvärde (även kallat hopningspunkt).

Hopningspunkten har ett exakt värde som definierar π, men π:s värde är inte samma som gränsvärdet. Skillnaden dem emellan är infinitesimal, det vill säga ***ej 0, bara nästan***.

Varje rationellt tal är en hopningspunkt för ett irrationellt tal. Talet 9,65 genererar en irrationell bunt innehållande exempelvis talet 9,650...000...000...00***svans***, det vill säga en oändlig rad nollor följda av en svans med extremt lågt talvärde, dock ≠ 0. Detta säger oss, att de irrationella talen i en viss mening är oändligt många fler än de rationella.

Ett irrationellt tal är inte en punkt på tallinjen utan ett infinitesimalt långt intervall. Det har därför inte något exakt, unikt, utpekbart värde (= 1 punkt). Det finns ju oändligt många att välja mellan i bunten. Det är de irrationella talen som står för ett utbredningsmått > 0 och därmed skapar en kontinuerlig tallinje.

Jag presenterar avslutningsvis det till belopp *minsta irrationella talet*. Det är bunten av alla tal med 0 som hopningspunkt. Ett av dem är -0,000...000...000...00***svans1***. Ett annat är +0,000...000...000...00***svans2***. Detta irrationella tal är det enda, vars bunt innehåller både positiva och negativa tal (men inte gränsvärdet 0). Vi kan inte ens avgöra dess tecken.

Urvalsaxiomet

Vi har i mängden M ett antal icke-tomma mängder som dessutom är disjunkta (inget element i en mängd kan återfinnas i någon av de andra). Urvalsaxiomet säger, att det alltid går att konstruera en urvalsmängd, vars innehåll är exakt ett element från var och en av mängderna i M. Däremot säger axiomet inte, *hur* man väljer ut de unika representanterna som samlas i urvalsmängden, bara att det alltid är möjligt.

Men, om det finns mängder, där det inte går att peka ut en unik representant, då är urvalsaxiomet inte heltäckande!

Här hänvisar jag till den föregående artikeln Tallinjen som förklarar, varför ett irrationellt tal inte har ett exakt värde utan tvärtom oändligt många olika värden som ligger infinitesimalt nära varandra.

När vi i urvalsaxiomet väljer ett irrationellt tal ur någon av mängderna, utser vi inte 1 utan ändlöst många olika tal med ett gemensamt, ouppnåeligt gränsvärde. Det är omöjligt att peka ut en unik representant, då en sådan automatiskt reduceras till en rationell approximation.

Urvalsaxiomet är med andra ord inte korrekt!

Oändligt många apor

Det handlar om sannolikhetskalkyl.

En hypotetisk apa som trycker skrivmaskinstangenter slumpmässigt kommer att skriva ut en korrekt kopia av vår svenska Bibel, bara den får tillräckligt med tid. Om man då ersätter en apa med oändligt många, borde det gå snabbare att nå målet, var tanken.

Vilket jättelikt feltänk! Inte ens oändlig många slumpskrivare kommer någonsin att lyckas.

Alla skrivmaskinstangenterna har samma sannolikhetsvärde i apsatsen. Antag att det finns 50 olika tecken. Då är sannolikheten 1/50 = 0,02 för var och en. Slumpen fördelar sina val så, att de vid allt fler slumptryckningar kommer allt närmare de olika valens sannolikhet. En textmassa av Bibelns storlek (cirka 3 000 000 tecken) innebär, att de 50 tecknen kommer att finnas med i storleksmässigt lika många exemplar.

I det svenska språket är sannolikheten för bokstaven e cirka 0,1014 och för q ungefär 0,0002. e är alltså drygt 500 gånger vanligare än q. Om jag utgår från 50 tecken, så bör det enligt aputräkningen (jämn fördelning) finnas i storleksordningen 3 000 000/50 = 60 000 exemplar av både e och q i den kompletta texten. Men den verkliga fördelningen ger runt 300 000 stycken e att jämföra med cirka 600 stycken q.

Jämför:

	e	q
Apfördelningen:	60 000	60 000
Verkligheten:	300 000	600

Ställer man in den verkliga sannolikhetsfördelningen för de svenska tecknen, till exempel genom att göra tangenterna olika tröga, uppstår ett nytt bekymmer. En del ord/fraser är överrepresenterade i Bibeln, vilket påverkar fördelningen. Ett exempel är ”Herren sade” som återfinns på cirka 3800 ställen i Gamla Testamentet. I en normalsvensk text av idag är den frasen ytterst sällsynt förekommande. Byter man språk blir sannolikhetsfördelningen återigen en annan.

Satsen *Oändligt många apor* är sannolikt den mest osannolika sats jag stött på.