Oändligt ny matematik

Det här dokumentet ger en omprövning av oändlighetsbegreppet (∞).
Jag håller mig till icke-negativa värden samt talbas 10, om inget annat sägs.
Ett äkta tal representerar ett givet värde av något slag. Det finns två tal som saknar värde. Det ena är 0. Det används till att reservera sifferpositioner som är utan värde. 703,02 saknar värde i tiotalet och i första decimalen. Nollorna kan inte tas bort, för då blir resultatet 73,2.

Mina ingrepp ger, att vi slipper den fördärvliga sammanblandningen av ändlig och oändlig matematik i bevisföringar, till exempel i (bijektions-) parningsbeviset och diagonalbeviset. De nagelfars i slutet av detta dokument.

Inledning

Varje mängd av naturliga tal på formen {1, 2, 3, 4, 5} är ändlig, när det största talet (här 5) är känt. Om det inte är bekant {1, 2, 3, 4, 5, ...}, är mängden ändlös, alltså oändlig. Detta följer av den klassiska standarddefinition: *Det som inte är ändligt är oändligt*.

Mängdläran är uppdelad i en ändlig (finit) och en oändlig (infinit) variant. De styrs av var sin matematiktyp som i flera fall motsäger varandra. Matematikerna blandar, i diverse bevisföringar och slutledningar, ihop varianterna.

Potensformeln 2^n fungerar som den ska för ändliga n-värden. Men när man ändrar n till att vara ett oändlighetstal, hamnar man på hal is. Ett oändligt tal (kardinaltal) fungerar inte som vårt ändliga. Trots det skapar man med oändliga n ett oändligt antal, inbördes olika stora, oändligheter. Man blandar en ändlig bas med en oändlig exponent och tror att det fungerar.

Här tänker jag städa med hjälp av tre nya axiom!

Peanos (ursprungliga) axiomsystem ...

... består av ett fåtal axiom, där tre av dem lyder (numreringen här är rent pedagogisk):

1. Talet 1 är ett naturligt tal.
2. Varje naturligt tal n har exakt en efterföljare (som nås genom addition med 1) och som också är ett naturligt tal.
3. Det finns inget naturligt tal som har talet 1 som efterföljare.

Axiom 1 säger, att 1 är ett naturligt tal och axiom 3 att 1 är det *första* naturliga talet. Axiom 2 definierar *efterföljare*. Denna säger, att ett naturligt tal växer stegvis utan slut med start i 1.

Kommentar

Peano angav talet 1 som första tal. En del matematiker föredrar numera 0 som förstatal. Det må stå för dem att utöka med ett värdelöst tal som dessutom saknar tecken (+ -).

Mina tre kompletterande axiom (i fetstil)

Peano

Det finns ett största naturligt tal (som därmed *saknar* efterföljare).

Axiomet säger, att mängden naturliga tal är ändlig men avslöjar inte, vilket som är det största talet, bara att det finns. Hur vi än räknar, når vi i praktiken aldrig fram till detta sista naturliga och ändliga tal.

Decimaltal

Ett decimaltal består av ett naturligt tal + ett äkta decimaltal. Det äkta är mindre än 1, det vill säga 0,ddd... .

Det finns ett minsta, äkta decimaltal. (analogt med ett största naturligt tal).
Det finns inget decimaltal som är större än det största naturliga talet.

De tre kompletteringarna ger, att mängden av rationella tal är garanterat ändlig.

Stora, ändliga tal

Min M(a)-funktion genererar enormt stora heltal. En växande följd av tal skapas enligt mallen a, b = a^a, c = b^b, d = c^c, ... , där a är första talet t_1, b är andra talet t_2, c är t_3, d är t_4, ...

M(n) väljer t_n som slutmål: M(1) väljer t_1, M(2) väljer t_2, M(3) väljer t_3, och så vidare.

a = 1 ger M(1) = t_1 = 1.
a = 2 ger M(2) = t_2 = 4. (b = 2^2 = 4).
a = 3 ger M(3) = t_3 = 27^{27}. (b = 3^3 = 27, c = 27^{27}).
a = 4 ger M(4) = t_4 = ?. (b = 4^4 = 256, c = 256^{256}, d = c^c = ?).
Accelerationen mot stora värden är brutal, redan när a växer ytterst blygsamt.

a = 10 ger M(10) = ??. t_1 = 10, t_2 = 10^{10}, t_3 = $10000000000^{10000000000}$, ..., t_10 = ??
Jämför ”lilla” t_3 i M(10) med googol nedan.

Talet *googol* = 10^{100}
= 10000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000 000000.

Googol är väldigt stort. Antag att vi har en kub med ungefär samma volym som vårt kända universum. Antag vidare, att vi har en liten kub med sidlängden en tiotusendels millimeter. Det betyder, att det får plats 10000 sådana kuber i rad på en enda millimeter. Om vi tätpackar hela universumkuben med de där små kuberna, är deras antal ungefär googol stycken.

Talet *googolplex* = 10^{googol} är en etta följd av googol stycken nollor.

Beräkna nu talet M(googolplex). t_1 = googolplex. t_2 = $\text{googolplex}^{\text{googolplex}}$. Det sökta talet finns lååångt därborta på plats t_googolplex. Lycka till med uträkningen! Jag ger talet namnet **goox**. Observera att goox, trots sin sanslösa storlek, är ett ändligt heltal.

Nu är storhetsvansinnet nära!
Goox är bara första trappsteget!
Vilken vetenskaplig bragd!

(O)ändligt

Jag söker ett största och ett minsta rationellt tal: $\mathbf{T} = 10^{n}$ och $\mathbf{t} = 10^{-n}$
och väljer exempelvärden för **T** och **t**: $\mathbf{T} = 10^{goox}$ och $\mathbf{t} = 10^{-goox}$.
T och **t** är fetstilmarkerade och har sina största/minsta-egenskaper i resten av texten.

Dela upp det öppna intervallet (0 , ∞) så, att (0 , ∞) = (0 , **t**) ∪ [**t** , **T**] ∪ (**T** , ∞).
Det slutna intervallet [**t** , **T**] innehåller de rationella tal som uppfyller mina begränsningskrav.
Varje tal i [**t** , **T**] är ändligt. (0 , **t**) täcker det oändligt lilla och (**T** , ∞) det oändligt stora.

Mina alternativa arbetsbeteckningar på intervallen:

- (0 , **t**) är samma som Θ (theta) Oändligt lilla intervallet. Θ liknar 0.
- [**t** , **T**] är samma som ↔ (dubbelpil) Ändliga intervallet.
- (**T** , ∞) är samma som ΘΘ (thetatheta) Oändligt stora intervallet. ΘΘ liknar ∞.

(0 , ∞) = (0 , **t**) ∪ [**t** , **T**] ∪ (**T** , ∞) = Θ ∪ ↔ ∪ ΘΘ.
Lägg märke till att varken 0 eller ∞ tillhör något av intervallen. De ligger i öppna ändar.

Finita intervallet ↔

Intervallet innehåller endast utspridda, ändliga rationella tal med interna värdeavstånd som aldrig underskrider **t**. Här gäller ändlig (finit) matematik.

Infinita intervallet ΘΘ

Alla ”värden” > **T** samlas i intervallet ΘΘ = (**T** , ∞), som är en värld med oändligt många ej identifierbara tal > **T**. Här gäller oändlig (infinit) matematik.

Kommentar

I ΘΘ går det inte att peka ut enskilda värden, eftersom ΘΘ är ett samlingsnamn för dem allihop. Oändligheten kan betraktas som en bottenlös avgrund, där allt som går utanför ändligheten (passerar **T**) ramlar ner och samlas i en kaosröra. Därifrån kan ingenting ”ramla upp” tillbaka till den finita världen.

Här följer några exempel på skillnader mellan ändlig och oändlig matematik. Jämför det ändliga talet 75 med det oändliga talet OO.

Ändlig	resp.	oändlig	matematik
75 + 4 = 79		OO + 4 = OO	
75 - 3 = 72		OO - 3 = OO	
75 x 75 = 5625		OO x OO = OO	
75 / 15 = 5		OO / 15 = OO	

Beräkna **T**+ 2 - 5.

(**T** + 2) - 5 = ΘΘ - 5 = ΘΘ.

Steg 1. Finit matematik (**T** + 2) för oss in i ΘΘ.

Steg 2. Infinit matematik håller oss kvar i ΘΘ, eftersom ΘΘ - 5 = ΘΘ.

T + (2 - 5) = **T** - 3 < T.

Steg 1. Finit matematik (2 - 5) ger oss finita -3.

Steg 2. Finit matematik (**T** - 3) håller oss kvar i den finita matematiken.

Infinita intervallet Θ

Alla ”värden” < **t** samlas i intervallet Θ = (0 , **t**), som alltså är en värld med oändligt många ej identifierbara tal < **t**. Θ fungerar likvärdigt med ΘΘ. Här gäller oändlig (infinit) matematik.

Sammanfattning för ΘΘ och Θ

Har ett talvärde väl hamnat i ΘΘ- eller Θ-soppan, blir det anonymt och omöjligt att få tillbaka till den ändliga världen, där vi kan jämföra olika tal och arrangera dem på trevliga sätt.

Reella tal

Ett godtyckligt reellt tal R innehåller upp till tre separata delar – en heltalsdel n, en äkta decimaltalsdel d (äkta är, när heltalsdelen är 0: 0,ddd...) och en äkta irrationell del som är Θ.

R = n + d + Θ.

Heltal: R = n
Exempel: 38

Decimaltal R = n + d
Exempel: (n + d:) 4,21 eller
(0 + d:) 0,176 (ett äkta decimaltal)

Irrationellt tal $R = n + d + \Theta$

Exempel: $(n + d + \Theta:)$ 4,21000...000Θ eller

$(0 + d + \Theta:)$ 0,05000...000Θ eller

$(n + 0 + \Theta:)$ 17,000...000Θ eller

$(0 + 0 + \Theta:)$ 0,000...000Θ (det äkta irrationella talet)

- Om Θ ingår i R, är talet irrationellt, annars är det rationellt (heltal eller decimaltal).
- Den irrationella delen är alltid värdemässigt < **t**.
- *Ett* irrationellt tal är samlingsbegreppet för *alla* de tal som har ***ett** gemensamt rationellt värde*, till vilket svansen/intervallet Θ adderas. Θ innebär ett tillskott av en oändlig mängd olika, ej identifierbara värden.

Θ ser ut att fylla igen hålen mellan rationella grannar. Vi kan tänka oss varje tal som en punktmarkering på tallinjen. Θ har ett gränsvärde som tätar helt. Men själva gränsvärdet är ouppnåeligt. Det beror på, att de nolldimensionella talmarkeringspunkterna då skulle övergå till att vara en endimensionell linje. Punkter saknar längd och kan därför aldrig bidra med längd. *Tusen* punkter utan inbördes mellanrum har längden 1000 x 0 = 0 = *en* punkt.

Några kommentarer

Rationella decimaler

Angående oändligt många decimaler, se dokumentet *Talens baser och namn*.

De irrationella talen

Om vi släpper in de irrationella talen Θ i intervallet ↔, det vill säga slår ihop $(0 , \mathbf{t}) \cup [\mathbf{t} , \mathbf{T}]$ till $(0 , \mathbf{T}]$, slutar intervallet att fungera som ett ändlighetsintervall. Då är vi tillbaka på ruta 1, där vi blandar ändlig matematik med oändlig.

∞ och ΘΘ samt 0 och Θ

Det slutna intervallet [0+ , +∞] innehåller alla positiva tal och [0- , -∞] motsvarande negativa dito. Böj upp tallinjen till en cirkel så får vi 0 i söder och ∞ i norr. 0 och ∞ är bägge utan tecken! De håller bara isär de två cirkelhalvorna. Alla tal, hur godtyckligt små de än är, har ett värde. Det har inte 0. Alla tal, hur godtyckligt stora de än är, har ett värde av något slag. Det har inte ∞. 0 och ∞ tillhör ingen av de slutna halvcirklarna.

Det är lika fånigt att dela upp ∞ i olika stora oändligheter som att dela upp 0 i olika små nollor. Det korrekta är att använda ΘΘ och Θ till sådant.

Θ drar tankarna till de så kallade infinitesimalerna (som alla är > 0).

$x^0 = 1$ är teoretiskt fel (x reellt > 0)

1 är här ett ouppnåeligt gränsvärde. Det korrekta värdet är $x^0 = 1 \pm \Theta$ (minustecken om $0 < x < 1$). Men Θ är så försvinnande litet, så vi blundar och avrundar till rationella 1.

$\pi - \pi \neq 0$

π kan skrivas $n + d + \Theta$ med givna värden på n och d i ändlighetsintervallet ↔.

$\pi - \pi = (n + d + \Theta) - (n + d + \Theta) = \Theta - \Theta = \Theta$ (på grund av infinit matematik).

Alltså: $\pi - \pi = \Theta \neq 0$.

Datorer

En handdator är matematiskt begränsad till ändlig matematik. Om en beräkning ger ett för stort eller litet värde, får vi ”Math ERROR” i någon form. Resultatet är då ouppnåeligt och kan jämställas med oändligt stort eller litet värde (i handdatorns värld).

Mängden av naturliga tal (utan mina axiomtillägg)

Påståendet, att mängden av alla naturliga tal bildar en oändlig mängd, är märklig. I mängden finns enbart naturliga tal, som utan undantag följer den finita matematiken. På grund av den obligatoriska efterföljaren, saknas ett största tal, det som definierar mängdens storlek. Det måste därför ingå ett onaturligt tal, som ger mängden sin storlek, exempelvis ett ouppnåeligt gränsvärde. Men då är mängden inte längre den rena ”mängden av alla naturliga tal”.

Parningsbeviset (bijektion)

För att se, om två mängder är lika stora, använder man parningsmetoden (nej, inte den biologiska utan den jämförande).

I den finita matematiken kan man jämföra två mängder och om de har lika många element, så är de lika stora. Mängderna {3, 8, 27} och {Hus, Dörr, Knut} är lika stora med 3 element var.

```
{   3,       8,       27  }
    |        |        |
{ Hus,   Dörr,   Knut }
```

Säg nu, att vi parar mängden {1,2,3,4,5,6,7} med sin delmängd jämna tal {2,4,6}.

```
{   1,   2,   3,   4,   5,   6,   7  }
{   2,   4,   6                      }
```

Det är uppenbart, att de båda mängderna är olika stora. De 3 jämna talen är ungefär hälften så många som alla 7. Detta är finit matematik och den gäller för *alla* heltal n i mängden {1, 2, 3, 4, ..., n}.

Nu går jag över till den oändliga mängden av alla naturliga tal OOO och jämför den med mängden alla jämna naturliga tal OOO_2.

OOO $= \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7, \ldots\}$
$OOO_2 = \{2,\ 4,\ 6, \qquad\qquad \ldots\}$
fylls ut till
OOO $= \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7, \ldots\}$
$OOO_2 = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14, \ldots\}$
Lika många! säger oändligheten, men...

Uppställningen är finit, för man ser, vilka tal som paras ihop. I den oändliga världen är unika tal omöjliga att identifiera, så där är också uppställningen omöjlig. Beviset är en sammanblandning av finit och infinit matematik.

Jämför gärna följande med slutsatsen $OOO = OOO_2$ ovan. Alla paren nu i högra halvan!
OOO $= \{\ldots\ 9,\ 7,\ 5,\ 3,\ 1\} \cup \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10, \ldots\}$
$OOO_2 = \{ \qquad\qquad \} \cup \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10, \ldots\}$
När oändligt många udda heltal adderas, så gör det ingen skillnad!

Diagonalbeviset

De oändliga talen, så som de betraktas i dag, står och faller med diagonalbeviset. Med hjälp av detta visas, att det finns olika stora oändliga mängder. Beviset är fundamentalt. Därför synar jag det noga.

Låt oss 1-1-jämföra de oändliga mängderna N och D. N är de naturliga talen 1 2 3 ... (brukar betecknas $\aleph_0$ eller $\mathbf{Z}_+$, beroende på vilken falang man tillhör). D är de reella talen i det öppna intervallet (0,1).

Jag parar ihop de båda mängderna, så att de ser ut att gå jämnt ut. Därefter konstruerar jag ett reellt tal i det givna intervallet som visar sig inte finnas med i parningen och drar slutsatsen, att de reella talen är fler än de naturliga.

D-värdena kan skrivas 0,ddd…, t. ex. 0,8, 0,365, 0,0001000457. Vidare gäller som bekant, att decimaler alltid kan fyllas på i slutet med nollor, utan att värdet förändras. 0,4 är samma som 0,400000. På så sätt kan alla decimaltal ges oändligt många utfyllnadsdecimaler, när så önskas.

Jag plockar ut decimaltalen i intervallet (0,1) lite slumpvis men hela tiden olika, unika tal och skriver dem vertikalt i parningen, så här:

N:	1	2	3	4	5	6	7	…
D:	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	…
	5	9	0	4	7	6	8	
	4	4	4	0	0	8	5	
	0	5	3	2	3	1	0	
	2	6	3	1	1	2	1	
	8	9	7	8	7	0	3	
	5	5	4	8	7	9	9	
	4	9	7	6	6	3	1	
	…	…	…	…	…	…	…	

Talet 1 i N är kopplat till 0,5402854… i D.
Talet 5 i N är kopplat till 0,7031776… i D. o.s.v.
D–talen står som sagt inte i någon speciell ordning. Den har ingen betydelse för resonemanget.

Nu skapar jag ett nytt decimaltal P:

1. Om den *första* decimalen i det *första* decimaltalet i D är 1, så sätt den *första* decimalen i P till 2, annars till 1.
2. Om den *andra* decimalen i det *andra* decimaltalet i D är 1, så sätt den *andra* decimalen i P till 2, annars till 1.
3. Om den *tredje* decimalen i det *tredje* decimaltalet i D är 1, så sätt den *tredje* decimalen i P till 2, annars till 1.
4. Och så vidare.

Här är de nya siffrorna i fetstil. (Ettor byts till tvåor. Övriga byts till ettor).

N:	1	2	3	4	5	6	7	…
D:	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	
	5(**1**)	9	0	4	7	6	8	
	4	4(**1**)	4	0	0	8	5	
	0	5	3(**1**)	2	3	1	0	
	2	6	3	1(**2**)	1	2	1	
	8	9	7	8	7(**1**)	0	3	
	5	5	4	8	7	9(**1**)	9	
	4	9	7	6	6	3	1(**2**)	
	…	…	…	…	…	…	…	

De feta siffrorna bildar decimaltalet P = 0,1112112… Eftersom det är ett decimaltal mellan 0 och 1 ingår det i D, men

- Talet P skiljer sig från det första D–talet
  (eftersom deras första decimal, 5 och 1, är olika).
- P skiljer sig också från det andra talet i D
  (deras andra decimal, 4 och 1, är olika).
- P skiljer sig också från det tredje talet i D
  (deras tredje decimal, 3 och 1, är olika).
- Och så vidare.

Det nya talet P skiljer sig från samtliga uppräknade tal i D, som i sin tur enligt förutsättningen är jämnt parade med talen i N och blir därför över. Då är D större än N. Stackars P blev utan partner!

Detta var diagonalbeviset. Med det bevisade jag, att den oändliga mängden av naturliga tal är av mindre storleksordning än den oändliga mängden av reella tal i intervallet (0,1) och därmed också mindre än den totala mängden reella tal, som i detta sammanhanget brukar betecknas med c eller $\aleph_1$.

Diagonalbeviset har alltså klarlagt, att $\aleph_0$ är mindre än $\aleph_1$. Eller … ?

Resonemanget ovan togs upp av Georg Cantor i slutet av 1800-talet och har fått stå tämligen oemotsagt sedan dess. Jag förstår inte varför. Beviset ovan läcker som ett såll. Diagonalbeviset håller inte. Det finns motargument. Ett par följer här.

Invändning 1 mot diagonalbeviset

Se tillbaka på beviset, där jag jämför N och D samt skapar ett nytt decimaltal P.

Jag flyttar nu talen i D-uppställningen ett steg åt höger samt sätter in P som nytt förstatal, varefter 1-1-förhållande åter gäller. För varje nytt P som vi skapar, gör vi om denna procedur. Så här kan vi fortsätta i all oändlighet.

Om man godtar denna erkända oändlighetsegenskap, faller diagonalbeviset, för då är en oändlig mängd inte större än en annan, bara för att den sägs innehålla några extra, oparade tal.

Det oändliga kardinaltalet (storleksordningen) ändras inte. Man måste först bevisa, att mängden av de tal som blir över vid parningen med N är större än $\aleph_0$ (större än, eftersom $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$). Diagonalbeviset förutsätter just det som ska bevisas.

Invändning 2 mot diagonalbeviset

Kommentar

> Jag förenklar uppställningen genom att visa decimalföljderna som heltal. Entalssiffran motsvarar första decimalen, tiotalssiffran är andra decimalen, hundratalssiffran tredje decimalen och så vidare.

Ett ensiffrigt, icke-negativt tal kan beskriva 10 värden (0 till 9). Ett tvåsiffrigt dito kan beskriva 100 värden (0 till 99). Tresiffrigt ger 1000 värden (0 till 999).

Låt mig skriva talen vertikalt. Tänk dig, att varje siffra täcker en liten kvadratisk yta (samma för alla siffror).

- Först har vi de ensiffriga talen (10 stycken):

  0123456789

  Talen motsvarar en rektangel med måtten 1 x 10 (1 siffra hög och 10 bred):

  Kvadraten längst till vänster i rektangeln är 1/10 = 0,1 av rektangelns längd.

- Det finns 100 stycken tvåsiffriga tal, tiotalsiffran i övre raden:

  0000000000111111111122222222223333333333 … 9999999999
  0123456789012345678901234567890123456789 … 0123456789

  Uppställningen motsvarar en rektangel med måtten 2 x 100 eller omskalat för att få samma bredd som föregående: 0,2 x 10.

  Vänsterkvadraten är nu 0,02 av rektangelns längd.

- Med tre siffror blir måtten 3 x 1000 respektive omskalat ungefär 0,03 x 10.

  Vänsterkvadraten är nu 0,003 av rektangelns längd.

- Fyra siffror ger måtten 4 x 10000 respektive omskalat ungefär 0,004 x 10.

  Vänsterkvadraten är nu 0,0004 av rektangelns längd.

Rektangeln blir proportionellt sett allt plattare. Att här tala om en diagonal är rent löjligt, då diagonalen bara täcker den allt mer, relativt sett, försvinnande lilla kvadratiska biten längst till vänster i rektangeln.

Med diagonalmetoden ändras bara de tal som följer diagonalen. De flesta talen ligger dock längre bort åt höger och där återfinns också det “nyskapade” talet.

Exempel

Tar vi tvåsiffriga tal och byter 1 mot 2 och övriga mot 1 (entalssiffran i undre raden och tiotalssiffran i övre raden) i diagonalen,

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 …

så blir det nyskapade diagonaltalet 11, som vi hittar bortanför kvadraten (över pilen Δ).

0 0(**1**) 0 0 0 0 0 0 0 1 **1** 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3
0(**1**) 1 3 4 5 6 7 8 9 0 **1** 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 …
Δ

Skriv talen i blandad ordning. Det gör ingen skillnad.

3 1 0 9 5 3 1(**2**) 0 9 5
7 8 4 0 7 … ger 7(**1**) 8 4 0 7 … och ”nya” 21 finns längre bort i rektangeln.

I oändlighetsläget innehåller varje tal oändligt många siffror (inklusive inledande fyllnadsnollor). I oändlighetsmatematiken finns inga enskilda tal att jämföra med andra, då oändligheten per definition redan täcker ”samtliga tal”.

Diagonalbeviset, ett par konsekvenser

Nu har jag redovisat två olika invändningar. Det räcker, att en av dem är hållbar, för att jag ska kunna dra slutsatsen, att diagonalbeviset inte fungerar, som det är tänkt.

Alan Turing, känd som uppfinnaren av Turingmaskinen, föregångare till datorn, bevisade, att det finns tal som inte kan beräknas av en maskin. Han ställde upp alla (oändligt många) beräkningsbara tal i en tänkt tabell. Sedan skapade han ett nytt tal genom att ändra första siffran i första talet, andra siffran i andra talet och så vidare. Du känner säkert igen principen från diagonalbeviset. Jag konstaterar, att Turings bevis därmed också vacklar.

1931 bevisade matematikern och logikern Kurt Gödel, att det finns matematiska påståenden, som varken kan bevisas vara sanna eller falska. Därmed går det inte att konstruera heltäckande matematiska system. Det finns alltid oavgörbara satser. I beviset för Gödels oavgörbarhetsteorem ingår, om jag har förstått det rätt, en variant av diagonalbeviset, så då ligger även det teoremet illa till.

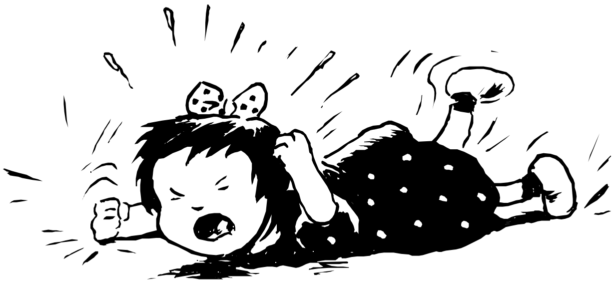
Efterord

När vi arbetar praktiskt med reella tal, handlar det utan undantag om ändliga, rationella tal. Resten är inte åtkomliga annat än i teorin.

Varför krångla till det i onödan? Mina små tilläggsaxiom ger en kedja som är enklare att både följa och förstå än den klassiska. Här är sammanfattningen:

$$[0] \cup (0\,,\infty) \cup [\infty] \quad = \quad [0] \cup (0\,,\mathbf{t}) \cup [\mathbf{t}\,,\mathbf{T}] \cup (\mathbf{T}\,,\infty) \cup [\infty].$$

Den välkända fysikprofessorn Ulf Danielsson skriver (avkortat) i en bok:
”Men att säga att något är oändligt är bara ett annat sätt att säga att något är väldigt, väldigt, väldigt stort. Det är i alla bemärkelser *tillräckligt* stort.”



Jag vill ha tillbaka mina gamla oändliga tal!

Tillägg 2020-03-18

Det är skillnad på ändlöst och oändligt!

I parningsbeviset (bijektion) tidigare i texten kopplar man ihop *unika* tal i par. I oändligheten finns emellertid inga *unika* tal! Sådana existerar bara i den ändliga matematiken.

Varje positivt heltal är unikt. Därför kan de, trots sin formella *ändlöshet*, inte vara *oändligt* många. Samma kan sägas om *ändlöst* många decimaler. De är inte *oändligt* många.

Den klassiska standarddefinitionen
Det som inte är ändligt är oändligt
behöver moderniseras.